

所得分布に関する分布関数の推定

佐伯, 親良

<https://doi.org/10.15017/4486576>

出版情報 : 経済学研究. 53 (1/2), pp.197-213, 1987-07-10. 九州大学経済学会
バージョン :
権利関係 :



所得分布に関する分布関数の推定*

佐 伯 親 良

目 次

1. 問題の所在
2. 所得分布関数についてのこれまでの研究成果
3. わが国の所得分布関数の推定
4. 高額所得者の分布について
5. おわりに

1. 問 題 の 所 在

所得分布に関して、どの様な統計的分布関数が妥当するかについての最も初期的な研究はパレートによるものである。その後何人かの研究者により多様な分布の分析がなされてきた。このことは、多くの実証分析で、パレート分布がより高額所得者の分布については妥当するのに対して低所得者の分布については旨く当てはまらないという結果に起因している。そこで、代替的な一つの代表的分布として Aitchison and Brown (3) による対数正規分布が提唱された。確かに、この分布はパレート分布に比較して所得分布特有の歪んだ凸体系を説明するのに成功している。このため、従来の所得分布研究の分野において広く利用されてきた。しかしながら、この分布についても分布の両端については十分当てはまると言うわけではない。この様な中で最近の所得分布関数についての研究は Salem & Mount (14) のガンマ分布の適用により触発された。その後、Singh & Maddala (15), Kloek & Dijk (11), McDonald (12) 等

によって一般化ガンマ分布、一般化ベータ分布をはじめとする各種の分布関数の研究が進められてきている。

ところで、この分野におけるわが国の研究は幾つかの分析を除いて殆どなされてきていない。この点は分布関数に基づく不平等の議論についても同様である。後者については、これまでどのような分布が実際に妥当するかについての確定的な結論が得られていないということもあるが、理論的にはジニ係数、アトキンソン尺度、豊田尺度のように分布関数に依存することなく不平等の順序付が可能であるということによるものであろう。しかしながら、実際のデータに基づきこれらの集中度係数を得ようとするといくつかの困難が伴うことがわかる。例えば、「国民生活実態調査」に基づき分析を進めようとするれば各所得階層毎の所得区切り度数が提供されているだけである。このようなときには(線形補完のように)何等かの補完をせざるをえない。更に、各所得階層毎の平均値が与えられない場合には、各所得階層の中央値をその階層の平均値とするか、或は、幾何平均を利用することとなり問題が多い。このような点を考慮すれば所得分布関数を推計することに意味があろう。特に、近年非線形関数の最適化法は著しく進歩してきており、パラメータの推定にそれほどの困難はないように思える。そこで、本論文では、国民生活実態調査に基づきどの様な所得分布関数が妥当するかを検討することにする。第2章

*) 本論文は昭和61年度文部省科学研究費奨励研究(A)「所得分布の動態的研究」の一部として書かれたものである。

では、これまでの分析について検討し、第3章では各分布関数の妥当性を吟味する。そして、第4章では特にこれまであまり分析されてこなかった高所得層について見ることにしよう。

2. 所得分布関数についてのこれまでの研究成果

どのような所得分布関数が妥当するかについての分析はパレートの法則にまでさかのぼることができる。パレートは「ある所得以上の所得を持つ人々の構成単位に対する割合の対数は、所得の対数に対して（負の）一定の傾きを持つ」ことを実証した。このことは、 y を所得とし、 $S(y)$ を所得 y 以上の人々のシェア、 $F(y)$ を分布関数とすると $-d(\log(y))/d(\log(S(y))) = a$ (a は一定値：つまり弾力性一定)、ただし $y_0 < y < \infty$ 、と表されることから、これを $S(y)$ について解けば（後に示す）パレート・タイプの分布関数が得られることを意味している。パレート分布の妥当性、その生成過程については確率過程論の立場から Champernowne (4) により詳細に分析されてきているが、これまでの研究の帰結として主として高所得層にのみ妥当することが指摘されている。全ての所得階層に互って所得分布の特徴である歪んだ凸型を描く分布の代表的なものは Aitchison & Brown (3) の研究で利用された対数正規分布であろう。彼らは、2パラメータ、3パラメータの対数正規分布に関する推定問題を取り扱い、その所得分布、支出分布への適用を意図している。確かに対数正規分布は中間所得階層についてのモデルとしてある程度の妥当性を持っており、彼らの他にも多方面で利用されてきた。Metcalf (13) は、アメリカ合衆国の所得分布に関す

る計量モデルの構築、シミュレーションの基礎にこの分布をおいている。ただ、この分布は、分布の両端において旨く当てはまらないことが指摘されてきた。このことは、低所得階層の分析にとっては極めて不利であると言えよう。最近、Salem & Mount (14) は、ガンマ分布の所得分布への適用を意図しアメリカ合衆国のデータに基づき対数正規分布との比較を行っている。この結果、ガンマ分布の方が優れていること、また、ガンマ分布を想定したときのジニ係数の推定値は Gastworth (8) の上、下限値に納まることを示している。Salem & Mount のガンマ分布は2パラメータで、その意味づけがある程度可能であること、また、片岡 (1) のようにエントロピー概念に基づき分布の導出が可能である点で興味深いと言える。この様な意味で Salem & Mount による研究は最近の所得分布関数の研究に少なからぬ影響を与えた。その後、ガンマ分布との比較のもとに幾つかの分布が提唱されてきた。それらは、Kloek & Dijk (11)、Singh & Maddala (15) さらに McDonald (12) によるものである。Kloek & Dijk は、対数正規分布、ガンマ分布、一般化ガンマ分布、対数型 t -分布 ($\log t$ 分布)、及び Champernowne 型モデルの比較分析を行い、前二者の分布は所得分布モデルとして適当でなく3パラメータ・モデルのようにパラメータを一つ加えることによりかなりモデルの適合度が改善されることを示している。ただ、一般化ガンマ分布のようにパラメータの意味づけが明確でない点が指摘されることからトレード・オフの関係が指摘されている。Singh & Maddala (15) は、生命に関して研究されてきた分布、危険率の概念を所得分布に利用することを提唱した。今、人々の生存年齢 Y を確率変数とし、その密度関数を $f(y)$

とすれば、少なくとも x 才迄生き延びる確率は先の $S(y)$ で表される。ところで、ある個人が、 x 才から極微少の時間に死亡する確率 $r(x)$ は、 $r(y)=f(y) \cdot S(y)$ で表される。これは、一般に危険率と呼ばれているものであるが、これにより分布の特徴づけを行うことができる。Singh & Maddala はこの考え方を所得分布に利用するが、 Y を所得の確率変数とし、更にパレートの法則に照らして y を対数変換した $z=\log(y)$ による比例的危険率 $r^*(y)$ (但し、 $r^*(y)=(dF/dz)/S$) を導入し、これに基づいて分布の特徴づけを行った。パレート分布について見ると、 r は減少関数、 r^* は一定である。他方、対数正規分布の場合には、 r^* が増加関数となることがみられる。高所得者層に於てパレート法則がほぼ成立するとすれば、このことは、対数正規分布が分布の端に於て適切でないことを意味する。これより、Singh & Maddala は低所得層では、比例的危険率が小さく、所得と共に増加し、ある一定値に近づいていく様な分布を導出した。彼らの分析の結果は、この分布がかなり良く合衆国データに適合することを示している。さらに、McDonald は、一般化ベータ分布が数多くの統計的分布関数を含んでいることからこの分布の妥当性を合衆国の Current Population Report に基づき吟味し、もっとも良く適合するモデルであることを述べている。

以下では、この様なこれまでの分析結果に従いわが国の所得分布関数吟味の為にこれらの中で幾つか代表的なものを取り上げておこう。それらは、(1) パレート分布 (2) 対数正規分布 (3) ガンマ分布 (4) 一般化ガンマ分布 (5) LOG 分布 (6) Singh Maddala 分布 (S-M 分布と示す)

(7) 一般化ベータ分布である^{註2-1)}。各分布の要約の為に若干記号を定義しておこう。 Y を先と

同様所得を表す確率変数とする。我々は、以下に於て、連続分布による表示のみを示すことにするのでその密度関数を $f(y)$ 、分布関数を $F(y)$ で示す。

(1) パレート分布

一般にパレート分布はタイプ3として、次の分布関数によって表される。

タイプ3

$$F(y) = 1 - e^{-ky} \cdot (\gamma + by)^{-a}$$

但し、 a, b, k 及び γ はパラパラメータである。

特に、タイプ3において $k=0$ と置いたものは、タイプ2のパレート分布と呼ばれる

$$F(y) = 1 - (\gamma + by)^{-a}$$

但し、 a, b 及び γ はパラメータである。

更に、タイプ2において、 $\gamma=0, b=1/y_0$ とおいたものは、タイプ1のパレート分布と呼ばれる。

$$F(y) = 1 - (y/y_0)^{-a}$$

但し、 a はパラメータであり、通常、パレート係数と呼ばれる。

タイプ1のモデルにおけるパレート係数の集計データからの推定については Aigner & Goldberger (2) に詳細な分析がある。また、各不平等度の尺度とパレート係数との関係については Cowell (5) を見よ。

対数正規分布

$\log Y$ が正規分布に従う時、確率変数 Y は対数正規分布に従うと言われる。

この分布は、Aitchison & Brown により詳細に分析されてきた。彼らは、パレート分布の導出過程を僅かに変えるだけでその極限分布が対数正規分布になることを示した。

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot by} e^{-\frac{(\log y - a)^2}{2 \cdot b^2}}$$

註2-1) 最近、Dagum (6) は一般化 Logistic-Burr 体系に含まれる新しい体系の分布関数を提唱している。

但し, a, b はパラメータである。

ガンマ分布

一般にガンマ分布は次のように表される。

$$F(y) = \frac{\int_0^y e^{-x} \cdot x^{a-1} dx}{\Gamma(a)} \quad y \geq 0$$

この分布に $z = b \cdot y$ の変換を施すことにより Salem & Mount (14) のガンマ分布

$$f(y) = \frac{b \cdot a}{\Gamma(a)} y^{a-1} e^{-by} \quad 0 < x < \infty$$

が得られる。

但し, a, b はパラメータであり, Γ はガンマ関数である。Salem & Mount はこの分布のパラメータについて最尤推定量を導出している。

一般化ガンマ分布

より一般的なガンマ分布は, ガンマ分布に次の変換

$$z = (y/a)^c, \text{ 但し, } a > 0, c \neq 0$$

を施すことによって得られる。

つまり, この変換により

$$f(y) = \frac{|a| y^{ac-1} e^{-(y/b)^a}}{b^{ac} \Gamma(c)}$$

但し, a, b 及び c はパラメータであり, Γ はガンマ関数である。

となり, 一般化ガンマ分布の確率密度関数が導出される。

明らかなように, $a=1$ のときは Salem & Mount のガンマ分布になる。また, $a=-1, a=-2$ の時はそれぞれ逆ガンマ-1, 逆ガンマ-2分布となる。

この分布は, Kloek & Van Dijk (11) によりアメリカ合衆国のデータについて分析されている。ただ, パラメータの意味づけがそれほど明確でないという点が指摘できよう。

LOG t 分布

所得の確率変数 Y に対数変換を施した時, これが t -分布に従う時 Y の密度関数は次のよ

うになる。

$$f(y) = \frac{v^{\frac{1}{2}c} 1}{B(1/2, c/2)by} \times \left\{ c + \frac{(\log y - \log a)^2}{b^2} \right\}^{-\frac{c+1}{2}}$$

但し, a, b 及び c はパラメータであり, B はベータ関数を示す。

この分布は, $\log T$ 分布と呼ばれ Kloek & Van Dijk (11) によって検証された。

Singh-Maddala 型分布

一般に, パレート分布は高所得層に妥当するのに対して, 対数正規分布は分布全体の非対称性を追跡しているものの, 高所得層についてはうまく当てはまらないことが指摘されている。そこで, Singh & Maddala (15) は, 比例的危険率に基づく分布の特徴づけから次の新たな分布

$$F(y) = 1 - \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{y}{c} \right)^a \right\}^b}$$

但し, a, b 及び c はパラメータである。

を提唱した。

一般化ベータ分布

McDonald (12) は, 一般化ベータ分布が従来検討されてきた多くの分布を包括するものであることに注目し, この分布の利用を検討した。この分布は特別の場合 ($c=1$) として Singh & Maddala の分布を含み, また, 極限分布として, 一般化ガンマ分布を含んでいることが指摘される。

$$f(y) = \frac{a \cdot y^{ac-1}}{b^{ab} B(c, d) \cdot \{1 + (y/b)^a\}^{c+d}} \quad y \geq 0$$

但し, a, b, c 及び d はパラメータであり, B はベータ関数を示す。

McDonald は, この分布が広範な所得分布関数を含んでいることから, 合衆国のデータに基づき各分布の比較を1970年, 1975年及び, 1980年

の3ケ年について行いこの分布が良く当てはまることを指摘している。

3. わが国の所得分布関数の推定

前章に於て代表的な所得分布関数について見てきた。この章ではわが国の所得分布研究の中でこれまで利用されてきている「国民生活実態調査」を基にこれらの分布の妥当性について検討することにしよう。

今、 n_i を第 i 所得階層 $[y_i, y_{i+1}]$ (ただし、 y_i は、所得区切りの下限を示す) の頻度とし、 $P_i(\theta)$ を第 i 所得階層に入る人々の確率としよう。これより、

$$P_i(\theta) = \int_{y_i}^{y_{i+1}} f(y|\theta) dy \quad (3-1)$$

ただし、 θ はパラメータ

となる。今、Aigner & Golgberger (2) に従って、 $(n_1, n_2, \dots, n_g)$ を超幾何分布からの大きさ N の標本とすると尤度関数 L は、

$$L(\theta|n_1, n_2, \dots, n_g) = N! \prod_{i=1}^g \frac{\{P_i(\theta)\}^{n_i}}{n_i!} \quad (3-2)$$

$$i = 1, 2, \dots, g$$

のようになる。(3-2) 式から各分布毎に最尤推定量を得るための幾つかの方法が考えられよう (例えば、ガンマ分布については Salem & Mount (14) を見よ)。しかしながら、ここでは、非線形関数に関する最適化のアルゴリズムを直接利用することにする。制約無しの最適化に関してはニュートン法を始めとしてこれまで幾つかのアルゴリズムが提唱され、また利用されてきている。ここでは、Goldfeld & Quandt (9) による2次山登り法による最適化を利用することにしよう^{註3-1)}。

また、各所得分布関数の比較の基準としては次に示すような平均平方誤差、平均絶対誤差及

び χ^2 -値の3つの基準を採ることとする。

$$\text{平均平方誤差} = \sum \left\{ \frac{n_i}{N} - P_i(\theta) \right\}^2$$

$$\text{平均絶対誤差} = \sum \left| \frac{n_i}{N} - P_i(\theta) \right|$$

$$X^2(\theta) = \sum_{i=1}^g \frac{[n_i - Np_i(\theta)]^2}{Np_i(\theta)}$$

$X^2(\theta)$ は、 r をパラメータの数として自由度 $g-r-1$ のカイ自乗分布に従う。本論文で分析の対象としたサーベイ・データは厚生省「国民生活実態調査」である。ここで、若干この調査について述べておこう。

国民生活実態調査は昭和34、35年に調査された「生活実態調査」に引き続いて、主として低所得層の生活実態を把握することを目的としたものである。ところで、この調査を基に所得分布の分析を進めようとするれば、得られる情報として所得階層の区切りとその度数のみであるという制約がある。このため、ジニ係数を始めとする所得分布の各尺度を実際に計測するには線形補完等に依存せざるをえないと言う制約がある。この点を回避するための一つの方法は何等かの統計的分布関数を推計することであろう。第2章で取り上げた各所得分布関数による推計結果は表3-1から表3-6に示した通りである。

ここでは、昭和41年から58年までの所得分布についての各パラメータの最尤推定量〔対数正規分布では、付加的に全所得階層の推定された平均所得〕、及び、分布の適合度を示す為の平均平方誤差、平均絶対誤差及びカイ二乗値が示さ

註3-1) 2次山登り法は代表的な最適化法である Newton-Raphson 法の欠点、つまり、ヘッセ行列が正値定符号でなければ利用できない点を修正したもの一つである。2次山登り法とその他の方法に関する比較の詳細については Goldfeld & Quandt (9) を見よ。また、実際の計算に当たっては、Quandt による最適化プログラム GQOPT を利用した。判定基準としては 10^{-8} である。

表3-1 対数正規分布による推定結果

	パラメータ		平均所得	平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 -値
	a	b				
昭和41年	1.8523	.6702	79.796	.0016	.1295	941.00
昭和42年	1.9536	.6729	88.463	.0027	.1817	1604.28
昭和43年	2.0076	.6266	90.604	.0040	.2278	2495.39
昭和44年	2.1729	.6667	109.698	.0022	.1414	927.75
昭和45年	2.3179	.6720	127.266	.0028	.1425	1186.98
昭和46年	2.4486	.6422	142.223	.0019	.1292	1434.03
昭和47年	2.6181	.6498	169.322	.0030	.1803	2880.97
昭和48年	2.8100	.6594	206.436	.0035	.1887	565.19
昭和49年	2.9078	.7061	235.021	.0029	.1788	456.81
昭和50年	3.0377	.7059	267.584	.0018	.1574	374.99
昭和51年	3.1841	.6995	308.381	.0022	.1539	443.08
昭和52年	3.2667	.6907	332.892	.0017	.1559	325.45
昭和53年	3.3440	.6850	358.238	.0024	.1869	452.07
昭和54年	3.4128	.6715	380.255	.0029	.2068	603.84
昭和55年	3.4705	.6758	404.009	.0022	.1836	566.04
昭和56年	3.5257	.6970	433.196	.0020	.1624	365.08
昭和57年	3.5628	.7044	451.906	.0029	.1929	534.12
昭和58年	3.5875	.7049	463.371	.0030	.2093	603.82

表3-2 ガンマ分布による推定結果

	パラメータ		平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 -値
	a	b			
昭和41年	2.5869	.3327	.0010	.1076	314.85
昭和42年	2.6307	.3070	.0012	.1212	354.11
昭和43年	2.0819	.3507	.0006	.0905	231.91
昭和44年	2.6647	.2513	.0006	.0941	170.78
昭和45年	2.6697	.2180	.0007	.0756	154.52
昭和46年	2.8170	2.0327	.0013	.1026	496.51
昭和47年	2.8656	.1752	.0009	.0893	371.24
昭和48年	2.7177	.1361	.0009	.1070	119.03
昭和49年	2.4376	1.0820	.0005	.0700	54.29
昭和50年	2.3863	.9228	.0006	.0852	84.65
昭和51年	2.4748	.8330	.0010	.0942	98.06
昭和52年	2.5209	.7829	.0004	.0759	64.98
昭和53年	2.6046	.7538	.0006	.0874	122.99
昭和54年	2.6541	.7186	.0010	.1174	176.84
昭和55年	2.6309	.6713	.0006	.0851	92.64
昭和56年	2.4920	.5946	.0003	.0622	54.35
昭和57年	2.4511	.5632	.0004	.0769	64.05
昭和58年	2.3567	.5226	.0007	.1055	611.47

所得分布に関する分布関数の推定

表 3—3 一般化ガンマ分布による推定結果

	パ ラ メ ー タ			平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 —値
	a	b	c			
昭和41年	0.7105	0.0801	4.8420	.0007	.0861	224.40
昭和42年	0.9039	0.2368	3.1511	.0012	.1204	359.24
昭和43年	1.4663	0.6789	1.5983	.0004	.0675	110.70
昭和44年	2.6647	2.5131	5.0000	.0006	.0941	170.78
昭和45年	1.4402	1.0113	1.4430	.0008	.0835	151.20
昭和46年	0.7832	0.2019	4.3962	.0010	.1004	406.39
昭和47年	1.0942	2.2489	2.0969	.0009	.0849	341.01
昭和48年	0.6905	0.4559	4.6555	.0009	.1026	109.67
昭和49年	2.4376	1.0820	5.0000	.0005	.0700	54.29
昭和50年	0.8786	0.7224	3.0050	.0006	.0849	76.86
昭和51年	1.0145	1.2498	2.4133	.0010	.0953	100.55
昭和52年	0.8988	0.9158	3.0458	.0004	.0699	56.88
昭和53年	1.0537	1.5319	2.3782	.0006	.0874	128.84
昭和54年	0.8753	0.9018	3.3705	.0010	.1219	170.86
昭和55年	0.9020	1.0748	3.1628	.0005	.0852	84.67
昭和56年	0.8886	1.1609	3.0728	.0003	.0594	45.75
昭和57年	1.0942	2.2489	2.0969	.0004	.0754	62.10
昭和58年	0.6905	0.4559	4.6555	.0010	.1276	271.04

表 3—4 LOG T 分布による推定結果

	パ ラ メ ー タ			平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 —値
	a	b	c			
昭和41年	.6534	0.5855	7.3364	.0006	.0816	226.50
昭和42年	.7329	0.5560	5.3822	.0007	.0797	268.18
昭和43年	.7826	0.5156	5.3975	.0020	.1476	648.60
昭和44年	1.0679	0.5882	7.3023	.0010	.0948	402.06
昭和45年	1.0510	0.5954	7.8102	.0015	.1074	521.49
昭和46年	1.1808	0.5758	8.9164	.0010	.0960	513.43
昭和47年	1.4223	0.5593	6.7600	.0015	.1095	845.15
昭和48年	1.7318	0.5637	5.8095	.0016	.1197	251.10
昭和49年	1.8776	0.6596	12.9728	.0022	.1600	341.04
昭和50年	2.1405	0.6385	9.2682	.0010	.1174	197.10
昭和51年	2.4819	0.6324	9.5433	.0015	.1286	228.72
昭和52年	2.6665	0.6497	1.5760	.0014	.1377	219.95
昭和53年	2.9039	0.6293	1.1809	.0017	.1544	340.58
昭和54年	3.1488	0.5750	6.7161	.0015	.1367	283.58
昭和55年	3.3202	0.5913	7.7386	.0012	.1332	221.47
昭和56年	3.4657	0.6491	1.4041	.0015	.1326	246.21
昭和57年	3.6434	0.6335	9.1975	.0020	.1532	319.27
昭和58年	3.7586	0.6023	6.4448	.0019	.1682	323.47

表3-5 Singh & Maddala 分布による推定結果

	パラメータ			平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 -値
	a	b	c			
昭和41年	2.2217	1.0372	1.9622	.0002	.0459	64.97
昭和42年	2.1825	0.6779	2.2706	.0005	.0799	155.83
昭和43年	2.1581	0.2437	4.9040	.0003	.0558	71.02
昭和44年	2.0033	0.2101	4.0612	.0006	.0782	143.48
昭和45年	2.0741	0.0409	2.3466	.0010	.0891	187.49
昭和46年	2.2786	0.2493	2.1154	.0007	.0760	257.24
昭和47年	2.0860	0.0777	4.3183	.0008	.0800	287.36
昭和48年	2.0232	0.0549	4.2550	.0006	.0832	79.83
昭和49年	1.8529	0.0436	4.7800	.0005	.0703	53.67
昭和50年	1.9714	0.0569	2.8450	.0003	.0650	50.26
昭和51年	1.9439	0.0328	3.6428	.0009	.0971	95.17
昭和52年	1.9999	0.0314	3.1312	.0004	.0723	68.90
昭和53年	1.9935	0.0214	3.8371	.0006	.0803	123.96
昭和54年	2.1713	0.0260	2.4275	.0005	.0849	91.99
昭和55年	2.1246	0.0223	2.5973	.0003	.0590	46.14
昭和56年	1.9934	0.0190	3.0888	.0002	.0550	57.86
昭和57年	1.9125	0.0140	4.1430	.0003	.0637	53.42
昭和58年	2.0880	0.0219	2.2387	.0006	.0900	112.88

表3-6 一般化ベータ分布による推定結果

	パラメータ				平均平方誤差	平均絶対誤差	χ^2 -値
	a	b	c	d			
昭和41年	2.2289	0.9821	0.9956	1.9507	.0002	.0458	64.59
昭和42年	3.0264	1.0198	0.6540	1.2543	.0003	.0548	97.92
昭和43年	2.6185	1.5258	0.7788	2.9000	.0003	.0516	60.47
昭和44年	1.3561	6.7535	1.6826	20.1530	.0006	.0901	160.67
昭和45年	1.5143	15.9254	1.3512	59.6937	.0008	.0826	151.25
昭和46年	1.7368	2.2788	1.4572	3.7504	.0007	.0846	286.32
昭和47年	1.5608	6.9257	1.4636	13.2501	.0008	.0810	311.04
昭和48年	2.2549	3.6487	0.8684	3.1774	.0006	.0806	74.66
昭和49年	1.5392	29.7909	1.2091	57.4999	.0004	.0652	44.39
昭和50年	1.4637	6.5357	1.5026	6.0932	.0004	.0718	55.96
昭和51年	1.1407	38.0751	2.0581	37.6139	.0009	.0937	96.57
昭和52年	0.9899	76.2697	2.6582	61.9840	.0004	.0705	58.29
昭和53年	1.1959	35.9334	2.0074	32.6955	.0006	.0851	122.39
昭和54年	2.9825	4.6052	0.6582	1.3708	.0003	.0688	72.58
昭和55年	2.0559	6.1452	1.0454	2.7841	.0003	.0600	46.83
昭和56年	1.0169	57.4716	2.5572	37.4977	.0002	.0597	47.40
昭和57年	1.4362	18.0817	1.4666	11.1282	.0003	.0703	56.49
昭和58年	3.6334	5.2972	0.4770	0.9450	.0003	.0686	66.27

れている。これら3つの判定基準から次の点を指摘できよう。

1. 対数正規分布, $\log T$ 分布については, 平均絶対誤差, 平均平方誤差で見ると比較の対象となった6つの分布のうちで最も適合度が良くない。

2. ガンマ分布と一般化ガンマ分布の比較では, 平均絶対誤差, 平均平方誤差で見るとそれほど差はない様に見える。但し, これらの分布は対数正規分布, $\log T$ 分布より適合度が良い。

3. Singh-Maddala の分布は前4つの分布より誤差が極めて小さい。パラメータが4つの一般化ベータ分布と比較してもそれほど差があるとは思えない。

4. 一般化ベータ分布は平均平方誤差でみると最も適合度の高い分布である。

5. 分布の適合度に関するカイ二乗検定の結果はどれも満足の行くものではなかった。しかしながら, ここで比較した分布のうち Singh-Maddala の分布と一般化ベータ分布はかなり良い結果を示していると言えよう。

全体的な分布の妥当性を見るためには, 図による表示が便利である。図3-1から図3-4には昭和45年, 50年, 55年及び58年の各年次について相対度数分布と推定された密度関数を示してある。これらの推定結果より次の点が指摘できよう。

対数正規分布と $\log T$ 分布は低所得層にかなり偏ったものとなり適合度は良くない。他方, 一般化ベータ分布及び Singh-Maddala 分布は低所得層から中間所得層, 高所得層までかなり良く追跡していることがみられる。以上の点から推察すれば, 所得分布のモデルとしてこの二つの分布はかなり妥当なものといえる。ここで,

推定された各パラメータの動向に注目しよう。パラメータの数が多いほどその意味づけは困難であるが, 特に, 一般化ベータ分布の場合その

図3-1 所得分布関数の推定 (昭和45年)

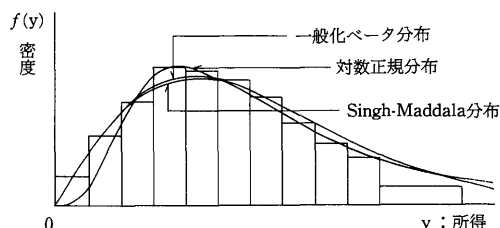
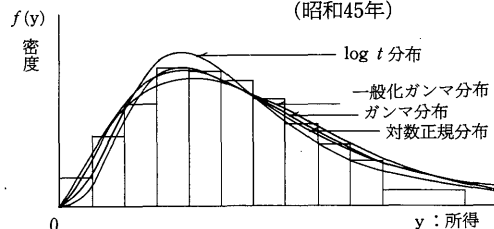


図3-2 所得分布関数の推定 (昭和50年)

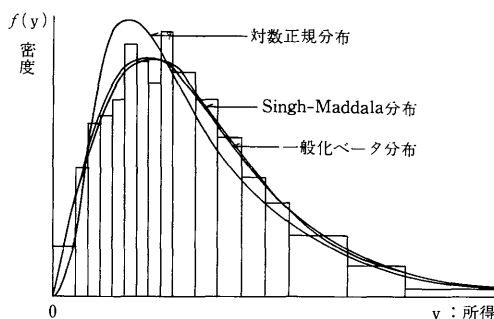
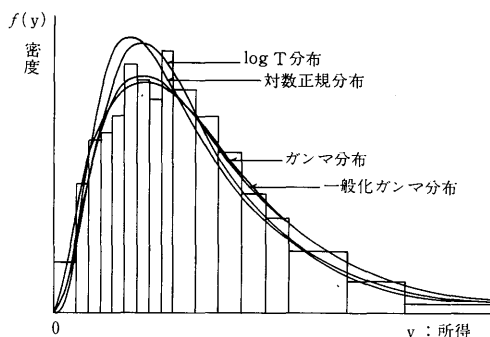


図3-3 所得分希関数の推定
(昭和55年)

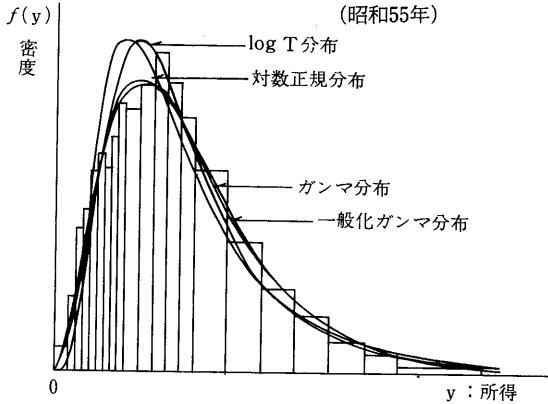
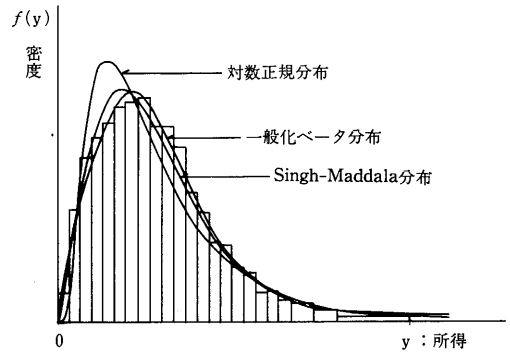
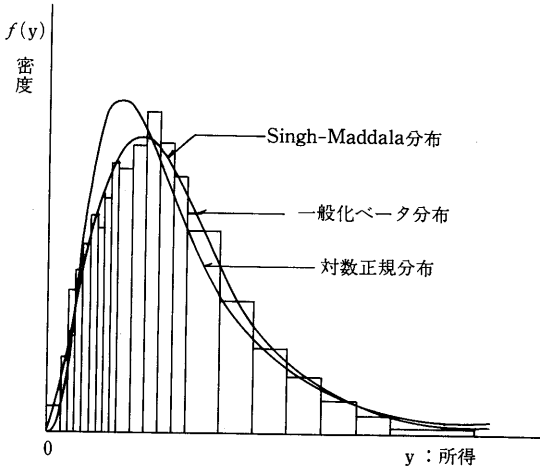
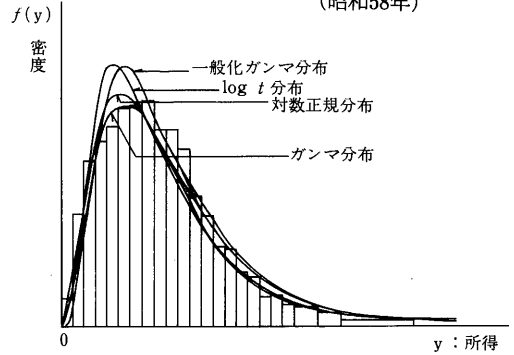


図3-4 所得分布関数の推定
(昭和58年)



推定値の変動が激しいように思える^{注3-2)}。この点については今後検討すべき点であろう。パラメータが何等かのかたちで国内景気の個人間所得分配に対する影響を表すとすれば、所得分布関数を推計することはより意味のあるものとなる。Singh-Maddala のパラメータに注目するとかなりの程度サイクリカルな変動が見られるようである。この点は興味あるものとして今後の検討課題としたい。さて、我々の目的の適合度

注3-2) ここでは、2次山登り法のみを利用している点が問題となるかもしれない。一般に、非線形最適化に関しては幾つかの異なるアルゴリズムを適用し、比較することが必要であろう。特に、4つのパラメータを持つ一般化ベータ分布についてはより詳細な試みが必要とも思える。

の高い所得分布関数を見出すことに限れば、パラメータの変動、3つの判定基準から判断してSingh-Maddala の分布が最も適用可能な分布と言えよう。

さて、Gastworth (8) は、集計されたデータからの不平等尺度についてその上限と下限を導出している(簡単な推計式は、Cowell (5) をみよ)。Singh-Maddala の分布が、かなり良く所得分布の分布関数として当てはまることを述べてきたが、実際にこのモデルによって得られるジニ係数と基の度数分布からえられるその上限、下限値との関係を見てみよう。表3-7はこれらの推計結果を示したものである。Singh-Maddala モデルによる推定ジニ係数は大部分が下限を下回っていることに気付く。この点については、「国民生活実態調査」では先に指摘し

表 3-7 Singh-Maddala 分布によるジニ係数の推定

	下限	ジニ係数 S-Mモデル による推定値	Kakuaniの 多項式に よる推定値	上限
昭和41年	0.3424	0.3430	0.3502	0.3550
昭和42年	0.3390	0.3363	0.3469	0.3517
昭和43年	0.3054	0.3019	0.3114	0.3152
昭和44年	0.3426	0.3286	0.3500	0.3547
昭和45年	0.3447	0.3492	0.3520	0.3565
昭和46年	0.3366	0.3290	0.3445	0.3493
昭和47年	0.3318	0.3151	0.3391	0.3436
昭和48年	0.3369	0.3240	0.3445	0.3491
昭和49年	0.3549	0.3448	0.3623	0.3670
昭和50年	0.3584	0.3513	0.3664	0.3713
昭和51年	0.3551	0.3420	0.3627	0.3674
昭和52年	0.3514	0.3413	0.3590	0.3638
昭和53年	0.3457	0.3324	0.3522	0.3579
昭和54年	0.3353	0.3329	0.3428	0.3475
昭和55年	0.3384	0.3348	0.3456	0.3502
昭和56年	0.3498	0.3431	0.3571	0.3618
昭和57年	0.3494	0.3411	0.3568	0.3614
昭和58年	0.3492	0.3515	0.3572	0.3622

注) S-M は Singh-Maddala の分布関数による推定値

多項式による推定値は Kakuani (10) の 3 次の多項式を利用したものである。

たように各所得階層毎の平均所得が与えられないため実際には Gastworth の下限, 上限を算出できないと言うことが挙げられ, ここでは, 暫定的に各所得階層の中央値を用いているためとみられる。同表では比較の為に Kakuani (10) による 3 次の多項式による補完に基づくジニ係数を示してある。Singh-Maddala の分布による推定値に比較して常に高い値を示していることが見られる。これらの推定値は各所得階層の平均値にかなりの程度影響されると思えるので Singh-Maddala の分布に基づく推定値を付加しておくことが必要であろう。この点については, 「家計調査」等による追加的な分析が必要と思える^{注3-3)}。

注3-3) 所得分布研究のための主たるデータ・ベースに溝口(一橋大学)による AIDA がある。本研究においてもこれを利用して頂いた。記して感謝します。

4. 特に高額所得者の分布について

従来の所得分布の研究によりわが国の中間所得階層を中心とする所得分布についてはかなりの程度明らかにされてきた。しかしながら, 高所得階層についての詳細な分析はこれまで殆どなされてきていない。これは, これまでの分析の中心が日本の急速な経済成長により個人間所得分配にどのような影響をもたらしたか, そして, このことは, 例えば, 東南アジアの経済発展と分配政策にどのような指針となりうるか, クズネッツの「逆 U 字」仮説が妥当するかの検証と言う点に重点がおかれていたと言うこともあろう。しかしながら, その大きな理由はデータの制約という点にある。わが国においては, 昭和25年以来58年まで個人の申告所得にもとづき各税務署毎に毎年の高額所得者が公示されてきた。これらは, いわゆる, 「全国高額所得者名簿」として利用可能である^{注4-1)}。これより得られる情報は申告所得者名前, 住所, 所得金額, 及び, (全ての所得者についてではないが) 主たる職業である。これらを利用した分析は他に譲るとして^{注4-2)}, ここでは1,000万以上の高額者についての昭和48年から昭和56年までの分布を提示し, パレート分布の適用を検討しよう。

表 4-1 から表 4-9 は, 「全国高額所得者名簿」より作成した申告所得 1 千万円以上の人々の分布を昭和48年から各年について示したものである。この表より大部分の申告所得者は, 1 千万から 1 千四百万円の間に落ちることがわか

注4-1) 「高額所得者名簿」の利用にあたって(株)日商エレクトロニクスに多大のご支援を頂いた。記して感謝致します。

注4-2) 佐伯, *Top Income Classes in Japan*, 1984, Mimeo では高額所得者の遷移行列を推計している。

る。昭和48年にはおよそ38%であり、その後もほぼ45%で推移していることがわかる。ところで、日本経済は、昭和48年、49年にかけて急激なインフレーションを経験し、列島改造ブームからオイル・ショックに至る急速な変動を経験した。その後、いわゆる低成長期を経て今日に至っている。さてこの関にも何回かの景気循環を経てきているわけであるが、この様な中で高額所得者の分布はパレート分布に従っていると言えるだろうか。我々は、ここで暫定的にタイプ1のパレート分布を推計することにしよう。

表 4—1 高額所得者についてのパレート分布の推定

	推定されたパレート係数
昭和48年	1.4854
昭和49年	1.9763
昭和50年	1.6509
昭和51年	2.1233
昭和52年	2.0578
昭和53年	1.7118
昭和54年	1.8704
昭和55年	1.8348
昭和56年	1.8741

集計データからのパレート分布の推計は Aigner & Goldberger (2) により詳細に取り扱われている。ここでは、第3章と同様、非線形最適化を行うことによる直接最尤推定値を求めることにする。推定されたパレート係数は表 4—1 の通りである。これより、高額所得者内の分布にかなりの変動があることが見られる。

このパレート分布に適合度については表 4—2 から表 4—10 に示した通りである。ここでは、1つの判定基準として推定誤差が各所得階層毎に示されている。昭和48年の分布から昭和56年にかけて推定誤差は極めて小さくパレート分布がかなり良く適合することが指摘できる。

5. お わ り に

本論文において、これまで幾人かの研究者によって取り扱われてきた所得分布に関する統計的分布関数についてどれが最も妥当するかについて、主として、推定誤差、平均平方誤差、平

表 4—2 日本の高額所得者分布 (昭和48年)

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 口 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所得シ ェ ア ー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2275	.2275	.0088	.0088	.2372	-.0097
12～ 14	.1519	.3794	.0766	.0854	.1561	-.0042
14～ 16	.1078	.4872	.0627	.1481	.1091	-.0013
16～ 18	.0813	.5685	.0536	.2018	.0799	.0014
18～ 20	.0627	.6311	.0462	.2479	.0605	.0022
20～ 22	.0481	.6793	.0392	.2871	.0471	.0010
22～ 24	.0392	.7185	.0350	.3221	.0376	.0016
24～ 26	.0320	.7505	.0310	.3532	.0305	.0015
26～ 28	.0263	.7768	.0276	.3807	.0252	.0011
28～ 30	.0224	.7992	.0251	.4059	.0211	.0013
30～ 35	.0430	.8421	.0542	.4601	.0400	.0030
35～ 40	.0294	.8716	.0428	.5028	.0280	.0014
40～ 50	.0396	.9112	.0692	.5720	.0360	.0036
50～ 70	.0384	.9496	.0893	.6613	.0360	.0024
70～ 100	.0239	.9734	.0787	.7400	.0229	.0010
100～ 300	.0237	.9972	.1840	.9240	.0263	-.0026
300～1000	.0027	.9999	.0687	.9927	.0053	-.0026
1000～	.0001	1.0000	.0073	1.0000		

所得分布に関する分布関数の推定

表 4-3 日本の高額所得者分布（昭和49年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 口 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア 得 ー	累 積 所得シエアー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2963	.2963	.0170	.0170	.3025	-.0062
12～ 14	.1790	.4753	.1337	.1507	.1832	-.0042
14～ 16	.1216	.5968	.1047	.2554	.1193	.0023
16～ 18	.0854	.6822	.0834	.3388	.0820	.0034
18～ 20	.0618	.7441	.0675	.4063	.0588	.0030
20～ 22	.0435	.7876	.0525	.4588	.0436	-.0001
22～ 24	.0343	.8219	.0453	.5041	.0333	.0010
24～ 26	.0267	.8486	.0383	.5425	.0259	.0008
26～ 28	.0213	.8699	.0331	.5755	.0206	.0007
28～ 30	.0174	.8874	.0290	.6046	.0167	.0007
30～ 35	.0303	.9176	.0565	.6610	.0300	.0003
35～ 40	.0199	.9375	.0429	.7039	.0195	.0004
40～ 50	.0241	.9616	.0623	.7662	.0230	.0011
50～ 70	.0200	.9816	.0689	.8351	.0202	-.0002
70～ 100	.0099	.9915	.0484	.8834	.0108	-.0009
100～ 300	.0078	.9993	.0895	.9729	.0094	-.0016
300～1000	.0007	1.0000	.0244	.9973	.0011	-.0004
1000～	.0000	1.0000	.0027	1.0000		

表 4-4 日本の高額所得者分布（昭和50年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 口 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア 得 ー	累 積 所得シエアー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2618	.2618	.0115	.0115	.2599	.0019
12～ 14	.1657	.4276	.0942	.1057	.1663	-.0006
14～ 16	.1124	.5399	.0737	.1794	.1135	-.0011
16～ 18	.0801	.6201	.0596	.2389	.0813	-.0012
18～ 20	.0610	.6811	.0507	.2896	.0605	.0005
20～ 22	.0447	.7258	.0410	.3307	.0464	-.0017
22～ 24	.0347	.7605	.0349	.3656	.0364	-.0017
24～ 26	.0289	.7894	.0316	.3972	.0292	-.0003
26～ 28	.0233	.8128	.0276	.4248	.0238	-.0005
28～ 30	.0193	.8321	.0245	.4492	.0197	-.0004
30～ 35	.0367	.8687	.0521	.5013	.0366	.0001
35～ 40	.0261	.8949	.0429	.5442	.0250	.0011
40～ 50	.0335	.9283	.0658	.6100	.0313	.0022
50～ 70	.0309	.9592	.0810	.6910	.0299	.0010
70～ 100	.0196	.9788	.0727	.7638	.0179	.0017
100～ 300	.0190	.9977	.1657	.9295	.0187	.0003
300～1000	.0021	.9999	.0610	.9904	.0031	-.0010
1000～	.0001	1.0000	.0096	1.0000		

表 4—5 日本の高額所得者分布（昭和51年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 口 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所得シェア	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2906	.2906	.0189	.0189	.3210	-.0304
12～ 14	.1847	.4753	.1562	.1751	.1895	-.0048
14～ 16	.1271	.6024	.1241	.2992	.1208	.0063
16～ 18	.0924	.6948	.1022	.4014	.0816	.0108
18～ 20	.0710	.7658	.0878	.4892	.0575	.0135
20～ 22	.0481	.8139	.0658	.5550	.0421	.0060
22～ 24	.0360	.8500	.0539	.6089	.0316	.0044
24～ 26	.0273	.8772	.0443	.6532	.0244	.0029
26～ 28	.0201	.8974	.0354	.6886	.0191	.0010
28～ 30	.0168	.9142	.0318	.7204	.0153	.0015
30～ 35	.0280	.9422	.0591	.7795	.0271	.0009
35～ 40	.0174	.9595	.0424	.8219	.0173	.0001
40～ 50	.0187	.9783	.0548	.8767	.0199	-.0012
50～ 70	.0135	.9918	.0529	.9296	.0168	-.0033
70～ 100	.0054	.9972	.0301	.9597	.0085	-.0031
100～ 300	.0026	.9999	.0341	.9938	.0068	-.0042
300～1000	.0001	1.0000	.0053	.9991	.0007	-.0006
1000～	.0000	1.0000	.0009	1.0000		

表 4—6 日本の高額所得者分布（昭和52年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 口 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所得シェア	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2831	.2831	.0178	.0178	.3128	-.0297
12～ 14	.1831	.4662	.1496	.1674	.1868	-.0037
14～ 16	.1246	.5909	.1175	.2849	.1202	.0044
16～ 18	.0921	.6830	.0984	.3833	.0818	.0103
18～ 20	.0705	.7535	.0842	.4675	.0582	.0123
20～ 22	.0488	.8023	.0643	.5318	.0428	.0060
22～ 24	.0371	.8394	.0536	.5855	.0324	.0047
24～ 26	.0281	.8675	.0441	.6296	.0251	.0030
26～ 28	.0216	.8891	.0367	.6663	.0198	.0018
28～ 30	.0171	.9062	.0312	.6975	.0159	.0012
30～ 35	.0297	.9360	.0608	.7583	.0283	.0014
35～ 40	.0187	.9547	.0440	.8023	.0182	.0005
40～ 50	.0201	.9747	.0567	.8591	.0212	-.0011
50～ 70	.0153	.9900	.0576	.9166	.0182	-.0029
70～ 100	.0066	.9966	.0355	.9521	.0095	-.0029
100～ 300	.0032	.9998	.0401	.9922	.0078	-.0046
300～1000	.0002	1.0000	.0070	.9993	.0008	-.0006
1000～	.0000	1.0000	.0007	1.0000		

所得分布に関する分布関数の推定

表 4-7 日本の高所得者分布（昭和53年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所 得 シ ェ ア ー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2750	.2750	.0168	.0168	.2681	.0069
12～ 14	.1787	.4537	.1419	.1587	.1697	.0090
14～ 16	.1247	.5784	.1142	.2729	.1149	.0098
16～ 18	.0918	.6702	.0953	.3682	.0817	.0101
18～ 20	.0722	.7424	.0838	.4520	.0603	.0119
20～ 22	.0503	.7927	.0645	.5164	.0460	.0043
22～ 24	.0381	.8308	.0535	.5699	.0359	.0022
24～ 26	.0285	.8593	.0436	.6136	.0286	-.0001
26～ 28	.0230	.8823	.0378	.6514	.0232	-.0002
28～ 30	.0178	.9001	.0316	.6830	.0191	-.0013
30～ 35	.0309	.9310	.0613	.7442	.0354	-.0045
35～ 40	.0195	.9505	.0448	.7890	.0239	-.0044
40～ 50	.0213	.9718	.0584	.8474	.0296	-.0083
50～ 70	.0169	.9887	.0622	.9096	.0279	-.0110
70～ 100	.0074	.9961	.0384	.9480	.0163	-.0089
100～ 300	.0037	.9998	.0451	.9931	.0165	-.0128
300～1000	.0002	1.0000	.0057	.9988	.0026	-.0024
1000～	.0000	1.0000	.0012	1.0000		

表 4-8 日本の高所得者分布（昭和54年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所 得 シ ェ ア ー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2682	.2682	.0152	.0152	.2889	-.0207
12～ 14	.1700	.4382	.1253	.1405	.1781	-.0081
14～ 16	.1182	.5565	.1005	.2410	.1178	.0004
16～ 18	.0879	.6444	.0847	.3257	.0821	.0058
18～ 20	.0687	.7131	.0740	.3997	.0596	.0091
20～ 22	.0492	.7622	.0585	.4582	.0447	.0045
22～ 24	.0381	.8003	.0497	.5079	.0344	.0037
24～ 26	.0302	.8306	.0428	.5507	.0270	.0032
26～ 28	.0248	.8554	.0380	.5887	.0217	.0031
28～ 30	.0196	.8750	.0322	.6210	.0176	.0020
30～ 35	.0358	.9109	.0660	.6870	.0321	.0037
35～ 40	.0243	.9351	.0516	.7386	.0212	.0031
40～ 50	.0272	.9623	.0693	.8079	.0255	.0017
50～ 70	.0223	.9846	.0759	.8838	.0230	-.0007
70～ 100	.0100	.9946	.0480	.9318	.0128	-.0028
100～ 300	.0052	.9998	.0588	.9906	.0118	-.0066
300～1000	.0002	1.0000	.0080	.9986	.0015	-.0013
1000～	.0000	1.0000	.0014	1.0000		

表4-9 日本の高所得者分布（昭和55年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所得シ ェ ア ー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2704	.2704	.0150	.0150	.2843	-.0139
12～ 14	.1696	.4400	.1219	.1369	.1763	-.0067
14～ 16	.1164	.5564	.0965	.2334	.1172	-.0008
16～ 18	.0842	.6406	.0792	.3125	.0820	.0022
18～ 20	.0653	.7059	.0686	.3811	.0598	.0055
20～ 22	.0463	.7522	.0537	.4349	.0450	.0013
22～ 24	.0364	.7886	.0462	.4811	.0347	.0017
24～ 26	.0297	.8183	.0411	.5222	.0274	.0023
26～ 28	.0243	.8426	.0363	.5585	.0220	.0023
28～ 30	.0202	.8628	.0324	.5909	.0180	.0022
30～ 35	.0384	.9012	.0689	.6599	.0328	.0056
35～ 40	.0267	.9279	.0553	.7152	.0218	.0049
40～ 50	.0306	.9585	.0762	.7913	.0264	.0042
50～ 70	.0248	.9833	.0822	.8736	.0240	.0008
70～ 100	.0107	.9940	.0505	.9241	.0135	-.0028
100～ 300	.0056	.9996	.0620	.9860	.0127	-.0071
300～1000	.0004	1.0000	.0132	.9992	.0017	-.0013
1000～	.0000	1.0000	.0008	1.0000		

表4-10 日本の高所得者分布（昭和56年）

所得階層	人 シ ェ ア ー	累 積 人 シ ェ ア ー	所 シ ェ ア ー	累 積 所得シ ェ ア ー	パレート分布 による推定値	誤 差
10～ 12	.2812	.2812	.0159	.0159	.2894	-.0082
12～ 14	.1732	.4544	.1272	.1431	.1783	-.0051
14～ 16	.1149	.5693	.0973	.2405	.1178	-.0029
16～ 18	.0825	.6518	.0792	.3197	.0821	.0004
18～ 20	.0629	.7147	.0675	.3872	.0596	.0033
20～ 22	.0443	.7591	.0526	.4398	.0446	-.0003
22～ 24	.0355	.7946	.0461	.4860	.0343	.0012
24～ 26	.0281	.8227	.0397	.5257	.0270	.0011
26～ 28	.0238	.8465	.0364	.5620	.0216	.0022
28～ 30	.0194	.8660	.0319	.5939	.0176	.0018
30～ 35	.0374	.9034	.0687	.6626	.0320	.0054
35～ 40	.0262	.9296	.0555	.7181	.0212	.0050
40～ 50	.0302	.9598	.0768	.7949	.0254	.0048
50～ 70	.0240	.9838	.0813	.8762	.0229	.0011
70～ 100	.0106	.9944	.0509	.9270	.0127	-.0021
100～ 300	.0053	.9997	.0597	.9867	.0117	-.0064
300～1000	.0003	.9999	.0118	.9986	.0015	-.0012
1000～	.0000	1.0000	.0014	1.0000		

均絶対誤差及び、カイ二乗検定により見てきた。カイ二乗検定ではどの所得分布関数も満足いく結果を与えなかった。しかしながら、パラメータの変動、平均平方誤差、平均絶対誤差及び図3-1から図3-4のグラフに示された結果から判断して Singh-Maddala の分布は所得分布のモデルとしてかなりよく妥当すると言える。ただ、この分布についてもここで取り上げた統計データが「国民生活実態調査」であるためその情報にかなりの制約があり、例えば、Gastworth のジニ係数に関する上限、下限値を満たすかどうかの厳密な検証を施すことができなかった。この点については「家計調査」により今後の課題としたい。しかし、何れにしても Singh-Maddala による情報を付加することは意味のあることと思える。

また、本論文では「高額所得者名簿」に基づく分布を示し、パレート分布の妥当性を見てきたが、高所得層に関するパレート分布の適合度が高いことが改めて示された。

参 考 文 献

- 1) 片岡信二：「統計的システム論1」，自然科学研究，一橋大学，1978。
- 2) Aigner, J. D. & A. S. Goldberger, "Estimation of Pareto's Law from Grouped Observation,"

- Journal of American Statistical Association*, Vol. 65, 1970.
- 3) Aitchison J. & J. A. C. Brown, *The Lognormal Distribution*, Cambridge University Press, 1976.
- 4) Champernowne D. G. *The Distribution of Income between Person*, Cambridge University Press, 1973.
- 5) Cowell F. A., *Measuring Inequality*, Philip Allan, 1977.
- 6) Dagum, C., "Income Distribution Models," *Encyclopedia of Statistical Sciences* Vol. 4, 1983.
- 7) Fredrik N. & A. Sandstrom, *Measuring Income Inequality*, Almqvist & Wiksell, 1981.
- 8) Gastworth, J. L., "The Estimation of the Lorenz Curve and Gini Index," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 54, 1972.
- 9) Goldfeld, S. M. & R. E. Quandt, *Nonlinear Method of Econometrics*, North Holland, 1972.
- 10) Kakuani, N. C., *Income Inequality and Poverty*, Oxford University Press, 1980.
- 11) Kloek, T. & H. K. Van Dijk, "Efficient Estimation of Income Distribution Parameters," *Journal of Econometrics*, Vol. 8, 1978.
- 12) McDonald, J. B., "Some Generalized Function for the Size Distribution of Income," *Econometrica*, Vol. 52, 1984.
- 13) Metcalf, C. E., *An Econometric Model of the Income Distribution*, Markham Publishing Company, 1972.
- 14) Salem, A. B. & T. D. Mount, "A Convenient Descriptive Model of Income Distribution: The Gamma Density," *Econometrica*, Vol. 42, 1974.
- 15) Singh, S. K., & G. S. Maddala, "A Function for Size Distribution of Income," *Econometrica*, Vol. 44, 1976.